УДК 621.396.4

О. Г. Оксіюк, *д.т.н., професор*
Київський національний університет імені Тараса Шевченка
вул. Володимирська, 64/13, м. Київ, 01601, Україна
oksiuk@ukr.net

МЕТОДИКА РОЗРАХУНКУ ЧАСУ ЗАТРИМКИ ІНФОРМАЦІЇ УПРАВЛІННЯ В ІНФОРМАЦІЙНО-КОМУНІКАЦІЙНИХ МЕРЕЖАХ

У статті розглянуто та формалізовано мережі, в яких випадковий час запізнювання пов'язаний з гілками графа, при випадкових потоках та відсутності можливості миттєвої передачі повідомлень. Результати дослідження часу затримки суттєво впливають на вибір і роботу алгоритмів маршрутизації і алгоритмів управління потоком інформації. Тому, для розв'язання задачі оптимального проектування мережі з комутацією пакетів необхідно визначити залежність середнього часу затримки проходження інформації по мережі від різних параметрів її функціонування. Наведена методика розрахунку затримки інформації в мережі допоможе вирішити завдання оптимального проектування як системи управління телекомунікаційними мережами, так і самих мереж в цілому, що дасть можливість, у свою чергу, здійснити ефективніше управління телекомунікаційними мережами. Ця методика дає змогу на базі традиційного устаткування здійснювати більш ефективне та досконале управління передачею потоків у мережі.

Ключові слова: *граф, затримки інформації, оптимальне проектування, телекомунікаційні мережі, потоки у мережі.*

Актуальність проблеми. Одним із найбільш важливих параметрів інформаційної мережі є середній час затримки, необхідний для доставки повідомлення від джерела до місця призначення. Більш того, результати дослідження часу затримки суттєво впливають на вибір і роботу алгоритмів маршрутизації і алгоритмів управління потоком інформації. Тому, для розв'язання задачі оптимального проектування мережі з комутацією пакетів необхідно визначити залежність середнього часу затримки проходження інформації по мережі від різних параметрів її функціонування. При вирішенні цієї задачі постає проблема завадостійкості обладнання. Будемо вважати, що зазначена проблема буде розв'язана за допомогою багатоканальних модемів багатопозиційних сигналів, які працюють на основі алгоритму когерентного прийому багатопозиційних сигналів. Вказане припущення достатньо важливе, оскільки воно передбачає відсутність перезапиту пакетів з помилками [1].

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Як відомо, при дослідженні мереж з комутацією пакетів проблеми черг виникають абсолютно природно. Пакети, що надходять на вхід мережі або проміжного вузла на шляху до пункту призначення, нагромаджуються, обробляються з метою вибору відповідного каналу передачі до наступного вузла, а потім зчитуються каналом у визначений час їх передачі. Час, затрачений на очікування передачі в накопичувачі, є важливим показником, що характеризує роботу мережі, оскільки затримка передачі, тобто час очікування, входить як складова до однієї з основних характеристик, що безпосередньо відчуваються користувачем. Час очікування звичайно залежить від часу обробки у вузлі і довжини пакету, а також від пропускної спроможності каналу передачі, який виражається кількістю пакетів, переданих за секунду, інтенсивністю надходження пакетів у вузол (кількість пакетів за секунду), і дисципліною обслуговування, що застосовується при обробці пакетів. Теорія черг виникає також при дослідженнях мереж з комутацією каналів, і не тільки при вивченні обробки викликів, але й з аналізу залежності між кількістю доступних каналів (кожен з яких одночасно може обробляти один виклик) і ймовірністю того, що виклик, який потребує встановлення з'єднання, буде заблокований або поставлений у чергу для очікування на обслуговування [2]. Зазначимо, що історично велика частина сучасної теорії черг була розроблена в ході дослідження телефонних повідомлень. На сьогодні необхідні дослідження інтегральних мереж, в яких задачі комутації пакетів і комутації каналів об'єднуються.

Перспективним для проведення таких досліджень є застосування теорії черг. В системах управління сучасними телекомунікаційними мережами одним із найбільш важливих параметрів є середня затримка, необхідна для доставки управляючої інформації до місця призначення. З одного боку, завищення необхідної пропускної спроможності веде до непродуктивних витрат засобів. З другого, якщо канал не зможе забезпечити необхідних швидкості та якості зв'язку, то затримка інформації управління в мережі може бути неприпустимо великою.

Питання математичного моделювання й аналіз варіантів визначення затримки в інформаційних мережах детально розглянуті в [3]. Аналізуючи систему управління, розглянемо два характерні види мереж: з комутацією пакетів і комутацією каналів. Перший вид – з комутацією пакетів через мережу від джерела до одержувача за деяким маршрутом, вибір якого визначається проектом мережі. У другому – комутація каналів для пари користувачів (у цьому випадку – це об'єкти системи управління), які повинні з'єднуватися між собою, установлюється маршрут передачі від одного до іншого. Такі параметри, як кількість і довжина пакетів, що надходять до мережі або проходять через неї в будь-який момент часу, кількість викликів, що надходять на вхід мережі за заданий час, тривалість зайняття, у загальному випадку схильні до статичних змін. Тому, для вивчення їхнього впливу на систему й одержання відповідних кількісних характеристик системи, повинні застосовуватися ймовірнісні методи. Ключову роль в аналізі мереж відіграє теорія черг [4].

Мета статті – розробити методику розрахунку часу затримки інформації управління в інформаційно-комунікаційних мережах на основі використання теорії черг.

Основний матеріал. У статті розглядаються мережі, в яких випадковий час затримки пов'язаний з гілками графа. Потоки передбачаються випадковими. Відсутність можливості миттєвої передачі потоків пов'язана з наявністю черги повідомлень при їхньому формуванні у вершинах.

Повідомлення зберігаються в черзі доти, поки вони не будуть передані в порядку черговості надходження. Як критерій вибирається середній час, необхідний для досягнення повідомленням пункту призначення. Для графів зі сталими стохастичними процесами буде визначена очікувана затримка повідомлень при керуванні довжиною повідомлень і вхідним потоком [5].

Нехай повідомлення передбачається детермінованим, а це означає, що, якщо повідомлення має джерело υ_i і пункт призначення υ_j, то існує єдиний спрямований (i- j) шлях, яким має бути передане це повідомлення. Як тільки буде знайдений очікуваний час запізнювання, можна обчислити пропускні здатності гілок, що мінімізують це запізнювання відповідно до заданого обмеження.

Уведемо деякі допущення й визначення. Кожне повідомлення має єдине джерело і єдиний пункт призначення. Повідомлення вважається прийнятим у вершині в момент надходження його останнього біта.

Кожне повідомлення характеризується двома випадковими змінними: довжиною й часом надходження. Довжина повідомлення приймається розподіленою за експонентним законом. Вхідний потік у вершині-джерелі передбачається пуассонівським. Розміри повідомлень і моменти надходження передбачаються незалежними один від одного й повинні мати розподіл імовірностей, що не змінюються в часі [6]. Нижче наводяться такі позначення:

$\gamma_{j,k}$ – середня кількість повідомлень у секунду, що входять у граф і мають напрямок від υ_j до υ_k;

λ_i – середня кількість повідомлень у секунду, що входять у гілку b_i;

$\frac{1}{\mu_{j,k}}$ – середня довжина (у бітах) повідомлень, що входять у вершину υ_j графа й переданих в υ_k;

$\gamma = \sum_{j=1}^{n} \sum_{k=1}^{n} \gamma_{j,k}$ – сумарна інтенсивність повідомлень, що входять у граф;

$\gamma = \sum_{i=1}^{m} \lambda_i$ – сумарна інтенсивність потоку в гілках;

$C = \sum_{i=1}^{m} c_i$ – сумарна пропускна здатність графа, біт/с;

T_i – середнє запізнювання повідомлень, що проходять через гілку b_i;

T – середній час запізнювання повідомлень, що надходять у вершини.

У наведених термінах середній час затримки для всіх повідомлень можна записати у вигляді суми по i середніх затримок повідомлень, що проходять через b_i, поділеної на середню кількість усіх повідомлень, які входять у граф. Отже,

$$T = \sum_{i=1}^{m} \frac{\lambda_i}{\gamma} T_i . \qquad (1)$$

Припустимо, що задано фіксовану кількість ресурсу Q і вартість c_i одиниць пропускної здатності гілки b_i, дорівнює $h_i c_i$. Визначимо $c_1, \ldots , c_m$, які мінімізують цільову функцію

$$T = \sum_{i=1}^{m} \frac{\lambda_i}{\gamma} T_i ; \;\; Q = \sum_{i=1}^{m} h_i c_i , \qquad (2)$$

де h_i – постійний коефіцієнт.

Щоб вирішити поставлене завдання синтезу, необхідно спочатку вирішити завдання аналізу. Це означає, що ми повинні обчислити T при заданих $c_1, \ldots, c_m$. Таке завдання в загальній постановці суперечливе. Причина цієї суперечності помітна при розгляді простого одноканального графа з двома вершинами. Припустимо, що всі повідомлення, призначені для υ_2, надходять у граф через υ_1. Кожному повідомленню відповідає певна довжина згідно з експонентним розподілом.

Розглянемо два послідовні повідомлення, які надходять у вершину υ_2. Друге повідомлення може надійти в υ_1 тільки після того, як перше повідомлення буде отримано вершиною υ_2, або інакше, друге повідомлення може надійти в υ_1 у той час, коли перше повідомлення вже передається. В останньому випадку інтервал часу між двома повідомленнями для υ_2 дорівнює довжині другого повідомлення. Отже, інтервал часу між двома послідовними повідомленнями, що входять в υ_2, є залежним від довжини другого повідомлення. У зв'язку із цією залежністю проблема пошуку аналітичного рішення для середнього часу затримки повідомлення надзвичайно ускладнюється [7, 8].

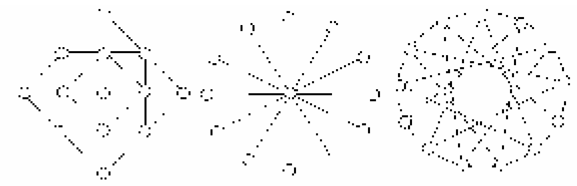
Навіть якщо входи до вершин-джерел не залежать від довжини повідомлень, входи до проміжних вершин у графі є залежними від довжини повідомлення.

Математичні труднощі, які створюються залежністю між довжиною й часом надходження повідомлення, можуть бути усунуті, якщо змінити умову сталості довжини, яка визначається для кожного повідомлення. З цією метою вводиться таке допущення:

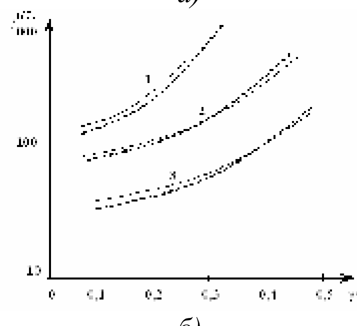
У будь-який момент одержання повідомлення у вершині графа довжина цього повідомлення вибирається відповідно до щільності розподілу ймовірностей $p(l) = \mu\, e^{-\mu l}$.

Допущення незалежності не відповідає звичайним схемам передачі інформації. Однак кожній вершині відповідає кілька вхідних і вихідних спрямованих гілок. Отже, існує безліч входів і виходів для кожної вершини. Наявність безлічі шляхів приводить до зменшення залежності між довжиною і часом прибуття повідомлення. При виконанні умови незалежності забезпечується можливість проведення повного математичного аналізу проблеми. Справедливість цього припущення можна перевірити шляхом порівняння результатів математичного аналізу з результатами методу Монте-Карло [9].

Такого роду порівняння було виконано Клейнроком для кількох графів, три з яких показані на рис. 1 *а*. Графік, наведений на рис. 1 *б*, ілюструє точність допущення незалежності.



а)



б)

Рис. 1. Різні випадки з'єднань 13-вершинного графа (*а*) і ефективність застосування допущень незалежності (*б*):
1 – кристалічний граф (мережа);
2 – зіркоподібний граф (мережа);
3 – K-зв'язаний граф (мережа), $K = 4$
_____ – без допущень
- - - - - з допущенням

На підставі цієї умови досліджуємо значення пропускної здатності гілок з метою мінімізації середнього часу запізнювання. Розглянемо спочатку простий граф, як показано на рис. 2. З вершини υ_1 виходить m гілок, пропускна здатність кожної з яких дорівнює c/m. Вхідний потік повідомлення є пуассонівським із середньою інтенсивністю надходження λ повідомлень у секунду. Крім того, передбачається, що довжини всіх повідомлень ідентичні й розподілені відповідно до експонентного закону з параметром $1/\mu$ біт.

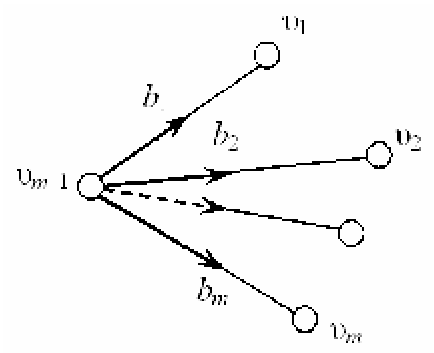


Рис. 2. Система з кількома гілками на вході

Ці повідомлення передаються на підставі стратегії «першим прийшов, першим обслуговується» таким чином, що кожне повідомлення передається через вільну гілку. Якщо є кілька гілок, через які може бути передане повідомлення, то вибір гілки здійснюється довільно. Середній час затримки й кількість гілок m, що мінімізує цю затримку, визначені теоремою, доведеною Клейнроком [10]. З теореми випливає, що для мінімізації часу T необхідно мінімізувати кількість шляхів, що виходять із υ_1, і сконцентрувати весь рух по єдиному шляху. Мають місце такі співвідношення:

а)

$$T = \frac{m}{\mu C}\left[1 + \frac{\frac{1}{m(1-p)}}{S_m(1-p)+1}\right], \text{ де}$$

$$S_m = \sum_{i=0}^{m-1} \frac{(mp)^{i-m}}{i!} m! > 0\ ;\ \rho = \frac{\lambda}{\mu C}. \qquad (3)$$

б) значення m, яке мінімізує T для всіх ρ при $0 \le \rho < 1$, становить $m = 1$.

Для $m = 1$ маємо

$$T = \frac{1}{\mu C(1-\rho)}. \qquad (4)$$

Розглянемо граф, що складається з m незв'язних гілок (рис. 3).

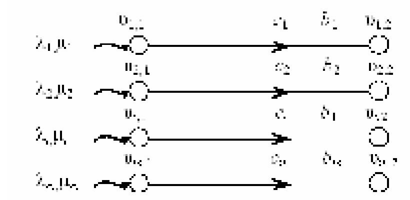


Рис. 3. Система, яка складається із незв'язних гілок

Вершина v_{i1} має пуассонівський вхідний потік з інтенсивністю λ_i повідомлень у секунду (для $i = 1, 2, ..., m$), і кожне повідомлення, що надходить у v_{i1}, має випадкову довжину з експонентним розподілом і значенням параметра $1/\mu_i$ біт. Пропускна здатність гілки b_i дорівнює c_i біт/с.

Сумарна пропускна здатність гілок у графі:

$$C = \sum_{i=1}^{m} c_i\,. \qquad (5)$$

Сумарна інтенсивність вхідного потоку:

$$\lambda = \sum_{i=1}^{m} \lambda_i\,. \qquad (6)$$

Середній час затримки повідомлення:

$$T = \sum_{i=1}^{m} \frac{\lambda_i}{\lambda} T_i\,, \qquad (7)$$

де T_i – сума середнього часу очікування в υ_{i1} і середнього часу передачі повідомлення від υ_{i1} до υ_{i2}.

Кожний підграф, що складається з вершин υ_{i1} і υ_{i2} та гілки b_i, функціонує аналогічно приладу, який обслуговується, з експонентним розподілом часу обслуговування. Для такої системи середній час затримки

$$T_i = \frac{1}{\mu_i c_i (1-p_i)} \text{ для } i = 1, 2, \ldots, m, \qquad (8)$$

де $\rho_i = \frac{\lambda_i}{\mu_i c_i}$. Отже, сумарний час затримки

$$T = \sum_{i=1}^{m} \frac{\lambda_i}{\lambda} \frac{1}{\mu_i c_i (1-p_i)}. \qquad (9)$$

Далі варто знайти величини $c_1, c_2, ..., c_m$, обмежені (5), які мінімізують T відповідно до (9). Використовуючи множники Лагранжа, можна зробити таке визначення:

Вибір значень $c_1, c_2, ..., c_m$, які зв'язані обмеженням $\sum_{i=1}^{m} c_i = C$ та мінімізують середній час затримки T, виконується за формулою

$$c_i = \frac{\lambda_i}{\mu_i} + C(1-p)\frac{\sqrt{\lambda_i / \mu_i}}{\sum_{j=1}^{m}\sqrt{\lambda_j / \mu_i}}$$

для $i = 1, 2, \ldots, m$ (10)

за умови, що

$$C > \sum_{i=1}^{m}\frac{\lambda_i}{\mu_i}; \quad \rho = \frac{\lambda}{\mu C}; \quad \frac{1}{\mu} = \sum_{i=1}^{m}\frac{\lambda_i}{\lambda}\frac{1}{\mu_i}. \quad (11)$$

В оптимальній постановці

$$T_i = \frac{\sum_{j=1}^{m}\sqrt{\lambda_j / \mu_j}}{C(1-p)\sqrt{\lambda_i / \mu_i}} \text{ для } i = 1, \text{ и } 2, \ldots, m$$

$$\text{і } T = \frac{\left[\sum_{i=1}^{m}\sqrt{\lambda_i / \mu_i}\right]^2}{\lambda C(1-p)}. \quad (12)$$

У цій постановці потужність потоку задається рівною середньому значенню потоку λ_i/μ_i кожної гілки. Надлишкова потужність пропорційна значенням квадратних коренів із середніх значень λ_i/μ_i.

Для того щоб спростити загальну проблему синтезу, введемо припущення про те, що повідомлення, яке виходить із υ_i й направлене в υ_j, має проходити єдино можливим шляхом у графі. Такий шлях називається фіксованим для переданих повідомлень і призначений для виключення перевантаження гілок.

Можна стверджувати, що сталий вихідний потік системи з m паралельними обслуговуючими приладами з пуассонівським вхідним потоком і з часом обслуговування, який обирається незалежно від експонентного розподілу, є пуассонівським потоком.

Зовнішній потік, що направлений до графа, має пуассонівський розподіл з експоненціально розподіленими довжинами повідомлень. Якщо $\mu_i = \mu$ для всіх i, то всі інтервали часу між надходженнями повідомлень на графі розподілені за законом Пуассона. Вираз для середнього часу затримки повідомлення має вигляд

$$T = \sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{n}\frac{\gamma_{j,k}}{\gamma}z_{j,k}, \quad (13)$$

де $\gamma_{j,k}$ – середня кількість повідомлень, що входять у вершину υ_j графа й спрямовані до υ_k;

$z_{j,k}$ – середня затримка для цих повідомлень; $\gamma = \sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{n} \upsilon_{j,k}$.

Ваговий коефіцієнт $\gamma_{j,k} / \gamma$ для $z_{j,k}$ в (13) являє собою середню кількість повідомлень, затримка яких дорівнює $z_{j,k}$.

Кількість $z_{j,k}$ дорівнює сумі середніх значень затримок, що трапляються у вершинах і гілках фіксованого шляху $\pi_{j,k}$, через який проходять всі повідомлення від υ_j до υ_k. Нехай λ_i дорівнює сумі $\gamma_{j,k}$ так, що гілка b_i входить у шлях $\pi_{j,k}$, і λ дорівнює сумі всіх $\lambda_i - x$.

Це означає, що

$$\lambda_i = \sum_{j,k}\gamma_{j,k} \quad \text{і} \quad \lambda = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j,k}\gamma_{j,k}. \quad (14)$$

Тут λ_i відповідає середній кількості повідомлень, що проходять у секунду через b_i, отже, λ є сумарна інтенсивність надходження повідомлень для всіх гілок графа. Час затримки T відповідно до (13) може бути вираженим у вигляді

$$T = \sum_{i=1}^{m}\frac{\lambda_i}{\gamma}T_i. \quad (15)$$

Затримка T_i є час обслуговування для одного приладу з експонентним часом і пуассонівським вхідним потоком. Таким чином, $T_i = 1/\mu_i c_i(1-\rho_i)$ і

$$T = \sum_{i=1}^{m}\frac{\lambda_i}{\gamma}\frac{1}{\mu c_i(1-p_i)}. \quad (16)$$

Необхідно зазначити, що вибір значень $c_1, c_2, \ldots, c_m$ для графа G з фіксованими маршрутами зв'язаний такими обмеженнями:

$$Q = \sum_{i=1}^{m}h_i c_i, \quad (17)$$

де

$$c_i = \frac{\lambda_i}{\mu} + \frac{Q_e}{h_i}\frac{\sqrt{\lambda_i h_i}}{\sum_{j=1}^{m}\sqrt{\lambda_j h_j}}. \quad (18)$$

У випадку оптимізації

$$T_i = \frac{\sum_{j=1}^{m}\sqrt{\lambda_j h_j}}{\mu Q_e\sqrt{\lambda_i / h_i}} \text{ і } T = \frac{\bar{n}\left[\sum_{i=1}^{m}\sqrt{\lambda_i h_i / \lambda}\right]^2}{\mu Q_e}, \quad (19)$$

де $\bar{n} = \lambda / \mu$, забезпечується умова

$$Q_e = Q - \sum_{j=1}^{m}\lambda_j h_j / \mu > 0. \quad (20)$$

З (16) випливає, що

$$T=\sum_{i=1}^{m}\frac{\lambda_i}{\gamma}\frac{1}{\mu c_i-\lambda_i}. \qquad (21)$$

Використовуючи метод множників Лагранжа, визначимо

$$H=T+\sigma\left(\sum_{i=1}^{m}c_ih_i-Q\right). \qquad (22)$$

Диференціюючи H по c_i і прирівнюючи ці похідні нулю, одержимо

$$0=-\frac{\lambda_i}{\gamma}\frac{\mu}{(\mu c_i-\lambda_i)^2}+\sigma h_i \text{ або}$$

$$c_i=\frac{\lambda_i}{\mu}+\frac{1}{\sqrt{\sigma\gamma}}\sqrt{\frac{\lambda_i}{\mu h_i}}. \qquad (23)$$

Якщо помножити (23) на h_i і потім просумувати по i, то цей вираз буде мати вигляд

$$\sum_{i=1}^{m}c_ih_i=Q=\sum_{i=1}^{m}\frac{\lambda_ih_i}{\mu}+\frac{1}{\sqrt{\sigma\gamma}}\sum_{i=1}^{m}\sqrt{\frac{\lambda_i}{\mu h_i}}. \qquad (24)$$

У результаті перетворень одержимо рішення $\frac{1}{\sqrt{\sigma\gamma}}$ у вигляді

$$\frac{1}{\sqrt{\sigma\gamma}}=\frac{Q-\sum_{i=1}^{m}\lambda_ih_i/\mu}{\sum_{i=1}^{m}\sqrt{\lambda_ih_i/\mu}}. \qquad (25)$$

Після підстановки виразу для $\frac{1}{\sqrt{\sigma\gamma}}$ в (23) одержимо рівняння (18). Доведення вірогідності (19) здійснюється шляхом підстановки c_i з (18) в (21).

Вираз $\bar{n}=\lambda/\gamma$ являє собою середню кількість гілок, що трапляється на шляху випадкового повідомлення, і це можна довести наступним чином.

Середня довжина шляху може бути записана у вигляді

$$\sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{n}\frac{\gamma_{j,k}}{\gamma}\left|\pi_{j,k}\right|, \qquad (26)$$

де $|\pi_{j,k}|$ – кількість гілок на шляху $\pi_{j,k}$, через який повинне проходити повідомлення від початкової вершини υ_j до кінцевої υ_k. Крім того, на підставі визначення

$$\lambda=\sum_{i=1}^{m}\lambda_i=\sum_{i=1}^{m}\sum_{j,k}\gamma_{j,k}. \qquad (27)$$

Отже, якщо для кожних фіксованих j і k є $|\pi_{j,k}|$ гілок, що становлять шлях $\pi_{j,k}$, то остання сума перепишеться у вигляді

$$\lambda=\sum_{j,k}\sum_{i=1}^{m}\lambda_{i,k}=\sum_{j,k}\left|\pi_{j,k}\right|\gamma_{j,k}. \qquad (28)$$

Тому λ/γ є середньою довжиною шляху.

Якщо $h_i = h_2 = \ldots = h_m = h$ і $Q/h = C$, то обмеження за вартістю дорівнює $C=\sum_{i=1}^{m}c_i$. Отже, оптимальні пропускні здатності гілок і середній час затримки в цьому випадку мають вигляд

$$c_i=\frac{\lambda_i}{\mu}+C(1-n\rho)\frac{\sqrt{\lambda_i}}{\sum_{j=1}^{m}\sqrt{\lambda_j}} \text{ для } i=1,2,\ldots,m \text{ і}$$

$$T=\frac{\bar{n}\left[\sum_{i=1}^{m}\sqrt{\frac{\lambda_i}{\lambda}}\right]^2}{\mu C\left(1-\bar{n}p\right)}, \qquad (29)$$

де $\rho = \lambda/C\mu$.

З (29) можна зробити кілька висновків. Перший полягає в тому, що T зменшується зі зменшенням $\bar{n}$. Це означає, що процедура вибору маршруту й структура графа повинні бути впорядковані таким чином, щоб довжина середнього шляху була найменшою. Наприклад, для заданого графа повідомлення можуть проходити тільки через найкоротший шлях між джерелом і приймачем. Такі два параметри, як середній час затримки повідомлення й оптимальна пропускна здатність гілок, є функціями завантаження системи $\rho = \lambda/C\mu$, що є відношенням інтенсивності вхідного потоку (у бітах у секунду) до сумарної пропускної здатності гілок. Отже, граф, розрахований на оптимальну структуру для ситуацій з низьким завантаженням мережі, може не бути оптимальним для ситуацій з високим завантаженням мережі, й навпаки.

Оптимальні пропускні здатності є функціями від λ_j. У той же час λ_j є інтенсивностями вхідних потоків для даної гілки й, отже, є випадковими величинами. Ці інтенсивно сті являють собою функції потоків, а також залежать від зворотного маршруту руху повідомлення.

З (29) випливає, що T прямо пропорційне

$$\sum_{i=1}^{m} \lambda_i \ , \tag{30}$$

і, можна зменшити T, знизивши цю величину. Використовуючи множники Лагранжа, неважко показати, що λ_i, при яких мінімізується вираз (29), визначаються з

$$\sum_{i=1}^{m} \lambda_i = \lambda \tag{31}$$

і задані як

$$\lambda_1 = \lambda \, ; \quad \lambda_2 = \lambda_3 = ... = \lambda_m = 0 \, . \tag{32}$$

Крім того, якщо λ_i є додатковими обмеженнями, які полягають у тому, що кожна гілка повинна передавати деяку мінімальну кількість потоку, то можна обчислити λ_i, яка мінімізує функцію (29). Таким чином, якщо задані обмеження

$$\lambda_i > k_i > 0 \text{ для } i = 1, 2, \ldots, m, \tag{33}$$

то λ_i, що мінімізує (29) відповідно до (33), дорівнює:

$$\lambda_1 = \lambda - \sum_{i=2}^{m} k_i \, ; \quad \lambda_i = k_i \text{ для } i = 2, 3, \ldots, m. \tag{34}$$

Отже, при оптимальному маршруті потік повинен концентруватися уздовж можливо меншої кількості гілок.

Висновки:

1. У статті розглянуто та формалізовано мережі, в яких випадковий час запізнювання пов’язаний з гілками графа, при випадкових потоках та відсутності можливості миттєвої передачі повідомлень.

2. Наведена методика розрахунку затримки інформації в мережі допоможе вирішити завдання оптимального проектування як системи управління телекомунікаційними мережами, так і самих мереж в цілому, що дасть можливість, у свою чергу, здійснити ефективніше управління телекомунікаційними мережами.

3. Ця методика дає змогу на базі традиційного устаткування здійснювати більш ефективне та досконале управління передачею потоків у мережі.

Список літератури

1. Шварц М. Сети связи: протоколы, моделирование и анализ / М. Шварц. – Ч. 2. – М. : Наука, 1992. – 272 с.
2. Беркман Л. Н. Розрахунок часу затримки проходження інформації з врахуванням структури мережі з комутацією пакетів / Л. Н. Беркман, В. В. Жебка // Телекомунікаційні та інформаційні технології. – 2014. – № 2.
3. Френк Г. Сети, связи, потоки / Г. Френк, И. Фриш. – М. : Связь, 1978. – 448 с.
4. Крилов В. В. Теория телетрафика и ее приложения / В. В. Крилов, А. В. Самофалова. – С.Пб, 2005. – 265 с.
5. Кривуца В. Г. Інфокомунікаційні мережі нового покоління : [монографія] / Кривуца В. Г., Беркман Л. Н., Толюпа С. В. – К. : ДУІКТ, 2012. – С. 286.
6. Толюпа С. В. Методика розрахунку затримки інформації управління в телекомунікаційних мережах / С. В. Толюпа // Вісник Черкаського державного технологічного університету. – 2006. – Спецвипуск № 6. – С. 250–252.
7. Толюпа С. В. Проблема вибору оптимального обсягу пам'яті й пропускної здатності гілки для передачі потоку заданої потужності в детермінованих мережах / С. В. Толюпа, І. В. Пампуха // Вісник Черкаського державного технологічного університету. – 2007. – С. 20–24.
8. Оксіюк О. Г. Проектування та застосування експертно-навчальних систем : [монографія] / Оксіюк О. Г., Шворов С. А., Герасимов Б. М. – К. : Вид-во Європейського ун-ту, 2008. – 150 с.
9. Вялкова В. І. Необхідність об'єктно-орієнтованого підходу до інформаційної безпеки / В. І. Вялкова, О. Г. Оксіюк // Збірка наукових праць. Вид-во Європейського університету. – 2010. – С. 1–2.
10. Клейнрок Л. Теория массового обслуживания / Л. Клейнрок – М. : Книга по Требованию, 2013. – 429 с.

References

1. Schwartz, M. (1992) Communication networks: protocols, modeling and analysis. Part 2. Moskow: Nauka, 272 p. [in Russian].
2. Berkman, L. N. and Zhebka, V. V. (2014) The calculation of time delay of information passage with regard to the structure of a packet-switched network. *Telekomunikacijni ta informacijni tehnologii*, (2) [in Ukrainian].

3. Frank, G. and Frish, I. (1978) Networks, communications, flows. Moscow: Svyaz, 448 p. [in Russian].
4. Krilov, V. V. and Samofalova, A. V. (2005) The theory of teletraffic and its applications. St.-Petersburg, 265 p. [in Russian].
5. Kryvutsa, V. G., Berkman, L. N. and Tolyupa, S. V. (2012) Infocommunication networks of next generation. Kyiv: DUIKT, p. 286 [in Ukrainian].
6. Tolyupa, S. V. (2006) Method for calculation of management information delay in telecommunication networks. *Visnyk Cherkaskogo derzhavnogo tehnologichnogo universitetu. Special edition*, (6), pp. 250–252 [in Ukrainian].
7. Tolyupa, S. V. and Pampukha, I. V. (2007) The choice of optimal memory bandwidth and transmission branches for a given flow capacity in deterministic networks. *Visnyk Cherkaskogo derzhavnogo tehnologichnogo universitetu*, pp. 20–24 [in Ukrainian].
8. Oksiiuk, O. H., Shvorov, S. A. and Gerasimov, B. M. (2008) The design and use of expert learning systems. Kyiv: Vyd-vo Evropejskoho un-tu, 150 p. [in Ukrainian].
9. Vyalkova, V. I. and Oksiiuk, O. H. (2010) The need for object-oriented approach to information security. *Zbirka naukovyh prats*. Vyd-vo Evropejskoho un-tu, pp. 1–2 [in Ukrainian].
10. Kleinrock, L. (2013) Queuing theory. Moscow: Kniga po Trebovaniju, 429 p. [in Russian].

O. H. Oksiiuk, *D.Sc., professor*
Taras Shevchenko National University of Kyiv
Volodymyrska str., 64/13, Kyiv, 01601, Ukraine

METHOD FOR CALCULATION OF TIME DELAY OF MANAGEMENT INFORMATION IN INFORMATION AND COMMUNICATION NETWORKS

Average delay time needed to deliver a message from the source to transfer target is one of the most important parameters of information network. The results of time delay study significantly influence the choice and work of routing algorithms and algorithms that control information flow. Therefore, to solve the problem of optimal packet-switched network design it is necessary to determine the dependence of average delay time flow of information across the network on various parameters of its operation.

The purpose of the article is to create a method for calculation of time delay of management information in information and communication networks on the basis of the theory of queues.

In the article networks in which random time delay is associated with graph branches at random streams without the possibility of instant messaging are reviewed and formalized. The proposed procedure for calculating information delay solves the problem of optimal system design both of management system of telecommunications networks and the networks themselves. It will make more efficient management of telecommunications networks. This technique allows more effective and thorough communication control of the flows in the network with traditional equipment.

Keywords: *graph, information delay, optimal design, telecommunication networks, network flows.*

Статтю представляє д.т.н., професор О. Г. Оксіюк, Київський національний університет імені Тараса Шевченка.