

Н. М. Битько, к.т.н., доцент,
e-mail: bitkonm@mail.ru

О. В. Кузнецова, ассистент,
e-mail: kuznes-68@mail.ru

В. В. Бойко, старший преподаватель
e-mail: boykin.valentina@gmail.com

Черкасский государственный технологический университет
б-р Шевченко, 460, г. Черкассы, 18006, Украина

НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ БЕТОНОВ ПРИ КРАТКОВРЕМЕННОМ ЦЕНТРАЛЬНОМ СЖАТИИ, ИСХОДЯ ИЗ ЕГО ИДЕАЛИЗИРОВАННЫХ СТРУКТУРНЫХ СХЕМ

Изложены результаты теоретических исследований напряженно-деформированного состояния бетонов при кратковременном центральном сжатии на основе его структурной теории. Проведен анализ определения напряженно-деформированного состояния, исходя из трех наиболее приемлемых структурных схем бетона. Даны положительные и отрицательные моменты использования этих схем. На основе анализа выбраны две схемы для определения упругопластических характеристик бетона, исходя из реологических свойств составляющих. Для схемы шарового расположения заполнителя в цементной матрице, исходя из решений равновесия и совместности деформаций, получены их теоретические значения. Приведены сравнения теоретических значений характеристик бетона и раствора с данными, полученными экспериментально. Результаты сравнения опытных и теоретических значений свидетельствуют о возможности применения этих зависимостей для определения упругопластических характеристик бетона, исходя из состава его компонентов при кратковременном центральном сжатии.

Ключевые слова: модуль упругости, бетон, раствор, структурная схема, составляющие бетона, заполнитель, цементный камень.

Введение. В настоящее время при решении многих задач теории бетона и железобетона исходят из феноменологических зависимостей, взятых непосредственно из результатов испытаний. Но уже имеется некоторая тенденция к использованию не феноменологии, а сущности явления и разработки структурной теории бетона. Расчётные формулы при этом основываются на прочностных и упругопластических характеристиках составляющих бетона, их количественного соотношения и взаиморасположения в единице объёма.

Постановка проблемы. Бетон является конгломератом и имеет твердые, жидкие и газообразные включения. Взаиморасположение составляющих в единице бетонного элемента осуществляется при помощи идеализированных структурных схем бетона. Действительная структурная схема бетона сложная и не поддаётся статистической оценке. Цементный камень при этом рассматривается как матрица, а заполнители – как включения. Но цементный камень и заполнитель имеют раз-

личные физико-механические свойства, поэтому упругопластические характеристики бетона должны определяться через реологические свойства составляющих, их количественное соотношение и взаиморасположение. Решение этой задачи является весьма актуальным.

Анализ результатов исследований. По этому вопросу имеется незначительное количество исследований. Так, авторы [1–2] дают определение модуля упругости бетона по двум идеализированным структурным схемам (рис. 1, схема 1; 2).

Несколько иные зависимости для определения модуля упругости бетона рассмотрены в [3–10]. Все они касаются определения модуля упругости бетона. Что же касается оценки его деформативности по идеализированным схемам, то ни один из вышеуказанных авторов таковой не дает.

Цель работы – разработка на основе идеализированных структурных схем бетона аналитических зависимостей для определе-

ния его напряженно-деформированного состояния при кратковременном центральном сжатии, исходя из реологических свойств составляющих.

Изложение основного материала.

Оценку напряженно-деформированного состояния бетонов при кратковременном сжатии по их составу и реологическим свойствам составляющих производим на идеализированных структурных схемах 1, 2, 3 (рис. 1).

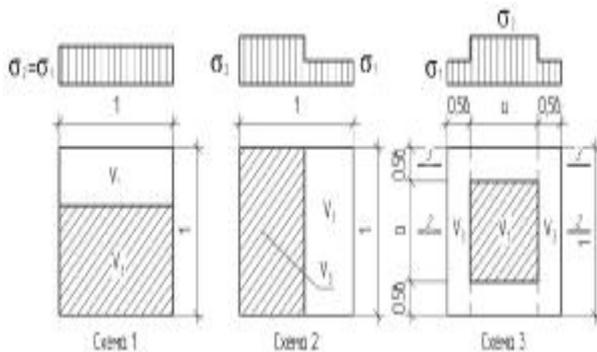


Рис. 1. Идеализированные структурные схемы бетона

Схемы 1, 2 дают экстремальные значения моделей упругости, а схема 3 – оптимальное, наиболее удовлетворяющее опытным значениям при оценке модуля упругости бетона $E_{\tilde{n}\delta}$.

Оценку напряженно-деформированного состояния бетонов по вышеуказанным схемам производим с учётом упругой работы заполнителей и упруго-пластической работы цементного камня (раствора).

Ранее авторами [8–9] экспериментально-статистически доказано, что зависимость между секущим модулем деформаций $E'_{l,\tau}$ и напряжением $\sigma_{l,\tau}$ или уровнем напряжений для цементного камня является линейной корреляционной зависимостью, как при постоянной скорости изменения напряжений $V_\sigma = const$, так и при постоянной скорости изменения продольных деформаций $V_\varepsilon = const$, с теми же параметрами упруго-пластических характеристик. Следовательно, можно предположить, что при убывающей скорости приложения сжимающей нагрузки (напряжений) зависимость $E'_{l,\tau} - \sigma_{l,\tau}$ для цементного камня – также линейная корреляционная зависимость вида

$$E'_{l,\tau} = E_{1,\tau} \left(1 - \lambda_{f_{cd,l,\tau}} \frac{\sigma_{l,\tau}}{f_{cd,l,\tau}} \right); \quad (1)$$

где $E_{1,\tau}$ – модуль упругости цементного камня (раствора) в момент времени τ ;

$\lambda_{f_{cd,l,\tau}}$ – предельное значение коэффициента пластичности цементного камня (раствора) в момент времени τ ;

$\sigma_{l,\tau}$ – напряжение в цементном камне (растворе) в момент времени τ ;

$f_{cd,l,\tau}$ – призмная прочность цементного камня (раствора) в момент времени τ ;

$E_{l,\tau}^I$ – секущий модуль деформаций цементного камня (раствора) в момент времени τ .

Используя вышеуказанные предпосылки, получаем теоретическое значение секущих модулей деформаций по трём принятым схемам.

В процессе загрузки в схеме I (рис. 1) напряжения в цементном камне (растворе) и заполнителе одинаковы $\sigma_{1,\tau} = \sigma_3$ и равняются напряжениям в бетоне $\sigma_{c,\tau}$.

Цементный камень работает упруго-пластически, заполнитель – упруго. Вследствие вышеуказанного, секущий модуль деформаций по этой схеме определяется по зависимости [2] с заменой в ней модуля упругости цементного камня $E_{1,\tau}$ на его секущий модуль деформаций $E_{1,\tau}^I$:

$$E_{\tilde{n}\delta,\tau}^I = \frac{1}{\frac{V_1}{E_{1,\tau}^I} + \frac{V_3}{E_3}}. \quad (2)$$

В схеме 2 (рис. 1), ввиду проявления пластических деформаций в цементном камне при кратковременном нагружении, будет происходить перераспределение усилий сжатия с цементного камня на упруго работающий заполнитель. Скорость роста напряжений в цементном камне (растворе) при постоянной скорости приложения сжимающих усилий к бетону с ростом нагрузки будет убывать.

Как было доказано выше, это не влияет на линейность корреляционной зависимости $E'_{l,\tau} - \sigma_{l,\tau}$ и её параметров $E_{1,\tau}$ и $\lambda_{f_{cd,l,\tau}}$. Задача состоит в том, чтобы при заданном на-

пряжении $0 \leq \sigma_{\tilde{n},\tau} \leq f_{\tilde{n}d}$ определит напряжения в его составляющих, т.е. напряжения в цементном камне (растворе) $\sigma_{1,\tau}$ и заполнителе σ_3 , а также секущий модуль деформаций бетона $E_{c,\tau}^1$ и относительные деформации бетона $\varepsilon_{c,\tau}$. Решение вышеуказанной задачи получено из совместного решения уравнения равновесия, имеющего вид

$$\sigma_{1,\tau}V_1 + \sigma_{3,\tau}V_3 = \sigma_{c,\tau}, \quad (3)$$

и уравнения совместности деформаций

$$\varepsilon_{c,\tau} = \varepsilon_{1,\tau} = \varepsilon_{3,\tau} = \frac{\sigma_{c,\tau}}{E_{\tilde{n},\tau}} = \frac{\sigma_{1,\tau}}{E_{1,\tau}} = \frac{\sigma_{3,\tau}}{E_{3,\tau}}. \quad (4)$$

Решение системы уравнений (3–4) даёт

$$E'_{\tilde{n},\tau} = V_1 E'_{1,\tau} + V_3 E_3. \quad (5)$$

Подставив в уравнение (5) выражение $E'_{1,\tau}$ по (1) с учетом значения в нём

$$\sigma_{1,\tau} = \sigma_{\tilde{n},\tau} \frac{E'_{1,\tau}}{E'_{\tilde{n},\tau}}, \quad \text{получаем квадратное}$$

уравнение. Решение этого уравнения дает возможность определить значение секущего модуля деформаций бетона $E'_{\tilde{n},\tau}$:

$$E'_{\tilde{n},\tau} = -0,5\hat{A} + \sqrt{(0,5\hat{A})^2 - c}, \quad (6)$$

$$\text{где } B = E_{\tilde{n},\tau} - \lambda_{f_{cd,1,\tau}} E_{1,\tau} \frac{\sigma_{\tilde{n},\tau}}{f_{cd,1,\tau}}; \quad (7)$$

$$c = -V_3 E_3 E_{1,\tau} \lambda_{f_{cd,1,\tau}} \frac{\sigma_{\tilde{n},\tau}}{f_{cd,1,\tau}}. \quad (8)$$

Значение секущего модуля деформаций цементного камня или раствора в процессе кратковременного нагружения бетона определяется из уравнения (5):

$$E'_{1,\tau} = \frac{E'_{\tilde{n},\tau} - E_3 V_3}{V_1}. \quad (9)$$

Внутреннее напряженное состояние бетона в процессе кратковременного нагру-

жения определяется через значение секущих модулей деформаций $E'_{\tilde{n},\tau}$ и $E'_{1,\tau}$ по формулам:

напряжение в цементном камне (растворе):

$$\sigma_{1,\tau} = \sigma_{\tilde{n},\tau} \frac{E'_{1,\tau}}{E'_{\tilde{n},\tau}}; \quad (10)$$

напряжение в заполнителе:

$$\sigma_{3,\tau} = \sigma_{\tilde{n},\tau} \frac{E_3}{E'_{\tilde{n},\tau}} = \frac{\sigma_{\tilde{n},\tau} - \sigma_{1,\tau} V_1}{V_3}. \quad (11)$$

Относительные деформации бетона с учётом упругопластической работы цементного камня (раствора) определяются по зависимости

$$\varepsilon_{\tilde{n},\tau} = \frac{\sigma_{\tilde{n},\tau}}{E'_{\tilde{n},\tau}}. \quad (12)$$

Схема 3 (рис. 1) состоит из вертикального элемента I высотой, равной 1, заполнителем которого служит комбинированный элемент II. Элемент II, в свою очередь, состоит из заполнителя высотой, равной "а", и горизонтальной прослойки (цементного камня) высотой "в".

Внутреннее напряженное состояние по схеме 3 рис. 1 определится напряженным состоянием в сечении 2-2. Поэтому расчетные формулы внутреннего состояния единичного элемента будут такими же, как и для схемы 2, только лишь с заменой в последних объемов V_1 и V_3 на площади сечений A_1 и A_3 .

Для определения упругопластических характеристик бетона сначала рассмотрим комбинированный элемент II.

Секущий модуль деформаций для вышеприведенного элемента определится по формуле

$$E'_{II,\tau} = \frac{1}{\frac{a}{E_3} + \frac{b}{E'_{II,1,\tau}}}; \quad (13)$$

$$\text{где } a = \sqrt[3]{V_3}; \quad b = 1 - a. \quad (14)$$

После этого рассматриваем элемент I как вертикальный высотой, равной 1, запол-

нителем которого служит комбинированный элемент II. Для такого элемента значение секущего модуля определяется по формуле, аналогичной (5), в которой V_1 и V_3 заменены на A_1 и A_3 .

$$E'_{\text{н}0,\tau} = A_1 E'_{I,1,\tau} + A_3 E'_{II,1,\tau} \quad (15)$$

Подставляя в (15) значение из (13), получим формулу для определения секущего модуля деформаций бетона по схеме 3:

$$E'_{\text{н}0,\tau} = E'_{I,1,\tau} A_1 + \frac{A_3}{\frac{a}{E_3} + \frac{b}{E'_{II,1,\tau}}} \quad (16)$$

Поскольку значение $\sigma_{1,\tau}$ в элементе II равно напряжению в заполнителе $\sigma_{3,\tau}$, то значения секущих модулей деформаций цемент-

ного камня (раствора) в элементах I – $E'_{I,1,\tau}$ и II – $E'_{II,1,\tau}$ определяются по формулам:

$$E'_{I,1,\tau} = E_{1,\tau} \left(1 - \frac{\lambda_{f_{cd,1,\tau}} \sigma_{1,\tau}}{f_{cd,1,\tau}} \right); \quad (17)$$

$$E'_{II,1,\tau} = E_{1,\tau} \left(1 - \frac{\lambda_{f_{cd,1,\tau}} \sigma_{3,\tau}}{f_{cd,1,\tau}} \right); \quad (18)$$

Относительные деформации при кратковременном нагружении определяются по формуле (12).

В табл. 1 и 2 представлены опытные и теоретические значения относительных деформаций бетона и раствора, вычисленные по вышеприведенным формулам схем I-III при кратковременном нагружении до различного уровня обжатия серий.

Таблица 1

**Относительные деформации при кратковременном центральном сжатии
в системе «раствор-бетон»**

Схемы	$\eta_\tau = \frac{\sigma_\tau}{f_{cd}}$	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	Исходные данные
опытн.	$\varepsilon_\tau \cdot 10^{-5}$	17,5	26,6	33,0	48,3	64,9	73,5	88,0	$V_1 = 0,55;$
схема 1	$\varepsilon_\tau \cdot 10^{-5}$ $\Delta\%$	18,9 +8,0	20,0 9,0	40,0 5,2	51,5 5,8	63,7 -1,5	77,0 +4,8	90,8 +3,2	$V_3 = 0,45;$ $E_I = 0,49 \cdot 10^4 \text{ И} \ddot{a}$
схема 2	$\varepsilon_\tau \cdot 10^{-5}$ $\Delta\%$	9,5 45,7	14,3 46,3	19,1 19,7	24,0 49,5	28,5 55,8	33,7 54,3	38,6 56,2	$\lambda_{f_{cd,1,\tau}} = 0,30$
схема 3	$\varepsilon_\tau \cdot 10^{-5}$ $\Delta\%$	15,1 13,7	23,3 12,4	2,1 18,4	41,5 14,0	1,7 20,2	2,7 14,7	74,6 15,2	$E_3 = 8 \cdot 10^4 \text{ И} \ddot{a}$

Таблица 2

**Относительные деформации при кратковременном центральном сжатии
в системе «цемент-раствор»**

Схемы	$\eta_\tau = \frac{\sigma_\tau}{f_{cd}}$	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	Исходные данные
опытн.	$\varepsilon_\tau \cdot 10^{-5}$	15,1	24,0	32,1	42,4	53,0	79,7	92,7	$V_3 = 0,45;$ $V_1 = 0,55;$
схема 1	$\varepsilon_\tau \cdot 10^{-5}$ $\Delta\%$	14,7 -2,6	2,8 -5,0	31,4 -2,2	40,3 -4,9	49,2 15,2	60,4 24,3	71,8 22,6	$E_{1,\tau} = 3,57 \cdot 10^4 \text{ И} \ddot{a}$
схема 2	$\varepsilon_\tau \cdot 10^{-5}$ $\Delta\%$	11,4 24,5	17,0 29,2	22,8 29,0	28,7 37,1	34,8 40,0	40,7 49,0	46,6 49,5	$\lambda_{f_{cd,1,\tau}} = 0,335$
Схема 3	$\varepsilon_\tau \cdot 10^{-5}$ $\Delta\%$	13,3 11,9	20,5 14,6	28,2 12,1	36,4 14,3	45,2 22,0	54,9 31,3	65,8 29,0	$E_3 = 6,85 \cdot 10^4 \text{ И} \ddot{a}$

Выводы. Принятые идеализированные структурные схемы бетонов позволили оценить по заданному их составу и реологическим свойствам составляющих напряженно-деформированное состояние бетонов при кратковременном центральном сжатии.

Наиболее полно отвечают опытным данным схемы 1 и 3. Схема 2 очень «жесткая» и дает значительный разброс по сравнению с опытом, поэтому в дальнейшем по ней не будут проводиться теоретические исследования.

Заниженная в среднем на 15% в растворе и 17% в бетоне деформативность по схеме 3 табл. 1, 2 объясняется тем, что здесь не учтены пластические деформации, связанные с микроразрушениями структуры бетона, что особенно сказывается после уровня $\eta > 0,5$.

Список литературы

- Ахвердов М. Н. Механизм усадки и ползучести бетона в свете современных представлений реологии и физики твердого тела / М. Н. Ахвердов // Бетон и железобетон. – 1970. – № 10. – С. 21–23.
- Гансен Т. Ползучесть и релаксация напряжений в бетоне / Т. Гансен ; пер. с англ. – М. : Госстройиздат, 1963. – С. 124.
- Гегасян С. Г. Собственные колебания вязкоупругой модели наследственного старения / С. Г. Гегасян // Бетон и железобетон. – 2001. – № 5. – С. 6–8.
- Учет явления систематической неоднородности свойств тяжелого бетона / [Е. В. Горюхов, А. М. Югов, В. Н. Веретенников и др.] // Безопасность эксплуатации зданий и сооружений : [монография]. – М., 2011. – С. 146–167.
- Дмитриев А. С. Влияние крупного заполнителя на прочность и деформативность высокопрочного бетона / А. С. Дмитриев // Вопросы общей технологии и ускорение твердения бетона : сб. НИИЖБ ; под ред. С. А. Миронова. – М. : Стройиздат, 1970. – С. 58–63.
- Зайцев Ю. В. Современное состояние механики бетона в России и за рубежом / Ю. В. Зайцев // Строительные материалы, оборудование, технологии XXI века. – 2003. – № 1. – С. 18–19.
- Крылов С. Б. Использование реологических моделей при моделировании ползучести бетона / С. Б. Крылов, Е. Е. Гончаров // Промышленное и гражданское строительство. – 2013. – № 2. – С. 32–33.
- Макаренко Л. П. Экспериментально-статистические исследования напряженно-деформированного состояния цементного камня и бетона при двух режимах центрального сжатия с постоянной скоростью роста загрузки и продольных деформаций / Л. П. Макаренко, Н. М. Битько // Вопросы надежности железобетонных конструкций : сб. ; под ред. А. С. Лычева. – Куйбышев, 1977. – С. 89–92.
- Макаренко Л. П. Экспериментально-статистические исследования зависимости напряжения деформаций в цементном камне и бетонах при длительном центральном сжатии постоянной нагрузкой различной интенсивности / Л. П. Макаренко, Н. М. Битько // Вопросы надежности железобетонных конструкций : сб. ; под ред. А. С. Лычева. – Куйбышев, 1976. – С. 106–109.
- Овсянко В. М. Компьютерный анализ электронных моделей, объектов реологии / В. М. Овсянко // Изв. вузов. Строительство. – 2003. – № 4. – С. 26–34.

References

- Akhverdov, M. N. (1970) The mechanism of concrete shrinkage and creep in the light of current ideas on rheology and solid-state physics. *Beton i zhelezobeton*, (10), pp. 21–23 [in Russian].
- Gansen, T. (1963) Creep and stress relaxation in concrete. Moscow: Gosstroyizdat, p. 124 [in Russian].
- Gegasyan, S. G. (2001) Characteristic oscillation of viscous-elastic model of hereditary aging. *Beton i zhelezobeton*, (5), pp. 6–8 [in Russian].
- Gorokhov, Ye. V., Yugov, A. M., Veretennikov, V. N. et al. (2011) Taking into account of the phenomenon of systematic heterogeneity of heavy concrete features. In: *The safety of buildings upkeep*. Moscow, pp. 146–167 [in Russian].
- Dmitriyev, A. S. (1970) Coarse aggregate impact on the strength and stress-strain behavior of high-precision concrete. *Voprosy obshchey tekhnologii i uskoreniye tverdeniya betona: sb. NIIZhB*, pod red. S. A. Mironova. Moscow: Sroyizdat, pp. 58–63 [in Russian].

6. Zaytsev, Yu. V. (2003) Current state of concrete mechanics in Russia and abroad. *Stroyitel'nye materialy, oborudovaniye, tekhnologiyi XXI veka*, (1), pp. 18–19 [in Russian].
7. Krylov, S. B. and Goncharov, Ye. Ye. (2013) The use of rheological models at concrete creep simulation. *Promyshlennoye i grazhdanskoye stroyitel'stvo*, (2), pp. 32–33 [in Russian].
8. Makarenko, L. P. and Bitko, N. M. (1977) Experimental and statistic studies of deflected mode of cement stone and concrete at two modes of axial compression with constant speed of loading and longitudinal strain growth. *Voprosy nadyezhnosti zhelezo-betonnykh konstruksiy*, pod. red. A. S. Lycheva. Kuybyshev, pp. 89–92 [in Russian].
9. Makarenko, L. P. and Bitko, N. M. (1976) Experimental and statistic studies of the dependence of deformation strain in cement stone and concrete at sustained axial compression by constant loading of various intensity. *Voprosy nadyezhnosti zhelezo-betonnykh konstruksiy*, pod. red. A. S. Lycheva. Kuybyshev, pp. 106–109 [in Russian].
1. Ovsyanko, V. M. (2003) Computer analysis of electronic models, rheology objects. *Izv. vuzov. Stroyitel'stvo*, (4), pp. 26–34 [in Russian].

N. M. Bitko, *Ph.D., associate professor*,
e-mail: bitkonm@mail.ru

O. V. Kuznetsova, *assistant lecturer*,
e-mail: kuznes-68@mail.ru

V. V. Boiko, *senior lecturer*
e-mail: boykin.valentina@gmail.com
Cherkasy State Technological University
Shevchenko blvd, 460, Cherkasy, 18006, Ukraine

EXPERIMENTAL AND THEORETICAL STUDIES OF STRESS-STRAIN STATE OF CONCRETE AT SHORT-TERM AXIAL COMPRESSION BASED ON ITS IDEALIZED STRUCTURAL SCHEMES

Concrete and reinforced concrete structures have gained the leading position in the construction industry over the past century. One of the characteristics of concrete is shown in its heterogeneity. This leads to the spread of its strength and elastic-plastic characteristics by 20-40%.

In modern theory of concrete several trends are identified, such as: phenomenological, structural, statistical and destructive mechanic ones.

Currently, much attention is paid to the development of structural theory. Calculation formulas are based on the strength and elastic-plastic characteristics of the concrete components, as well as their quantitative ratios and relative position in a unit of volume. Calculating is important and urgent as the valuation of physical and mechanical properties of the concrete components is much easier than that of concrete.

Five idealized structural concrete schemes are considered for this purpose. The analysis has made it possible to identify that the spatial chess arrangement scheme of the ball shaped filler in the matrix most fully reflects how the concrete works. In this situation every single element is divided into three zones, where three parts of the ball of 1/8 each are placed in. This enables to obtain analytical dependence that could determine the elasticity modulus and its elastic-plastic characteristics. Theoretical conclusions are confirmed by experimental test data of three series of heavy concrete samples, sand concrete and cement stone. Numerical values of stresses in the concrete components, taking into account the redistribution effort, are given.

These findings have theoretical novelty. They can be used to assess the internal stress-strain state and strength of concrete at a single uploading.

Keywords: *elasticity modulus, concrete, mortar, structural scheme, concrete components, filling aggregate, secant modulus of deformation.*

*Рецензенти: П. А. Донченко, к.т.н., професор,
С. М. Бабич, д.т.н., професор*